# *Solutions des problèmes de physique 2001*

Problème 1.

Partie 1.

a) (0.5) L'équation du gaz parfait c'écrit $pV = nRT$ , ou $n$ est le nombre de mols.

b) (0.5) Sachant que $n = N.N_a$ et que $n = \frac{N}{V}$ on trouve $p = nkT$ .

c) (0.5) Par définition $p = \frac{F}{S}$ .

d) (2.5) On va d'abord regarder quelle est la force qui s'exerce sur une surface S de la part d'un gaz, dont la vitesse moyenne des particules est v. Chaque particule a une quantité de mouvement $m\vec{v}$ et subit des chocs élastique sur la surface. Lors d'un choc la composante de la vitesse parallèle à la surface $v_{II}$ ne change pas, par contre la composante perpendiculaire à la surface $v_{\perp}$ change de signe. La quantité de mouvement reçue donc par la surface est $\Delta P = 2mv_{\perp}$ . Pendant un temps $\Delta t$ la quantité de mouvement reçue par la surface de la part du gaz est $\Delta\tilde{P} = 2mv_{\perp}\Delta N$ ou $\Delta N$ est le nombre de particules qui arrivent sur la surface. Vu que la direction des particules est équiprobable, on peut faire l'approximation que 1/3 de particules ont une vitesse perpendiculaire à la surface et 2/3 une vitesse parallèle. De ces 1/3 de particules la moitié ont la vitesse dirigée vers la surface et l'autre moitié ont la vitesse opposée. Au total 1/6 des particules ont la vitesse dirigée perpendiculairement vers la surface. De ces particules celles qui vont atteindre la surface pendent un temps $\Delta t$ sont celles qui se trouve dans le cylindre dont la section est la surface S et la hauteur est $v\Delta t$ . D'ou $\Delta N = \frac{1}{6} nSv\Delta t$ . Avec ces hypothèses on peut confondre $v_{\perp} = v$ , et finalement pour la quantité de mouvement reçue par la surface on trouve $\Delta\tilde{P} = \frac{1}{3} nmv^2 S\Delta t$ Donc pour la pression $p = \frac{\Delta\tilde{P}}{S\Delta t} = \frac{1}{3} nmv^2$ .

e) (1.0) Comme $e = \frac{mv^2}{2}$ , on trouve immédiatement que $nkT = \frac{2}{3} ne$ , d'ou le résultat voulu $e = \frac{3}{2} kT$ .

Partie 2.

a) (2.0) Dans le compartiment 2 On doit écrire que le nombre de particules qui viennent de part du compartiment 3 et 1 est égal au nombre de particules qui sortent du compartiment 2. Soit $n_i$ la densité en particules dans le compartiment $i$ et $v_i$ la vitesse des particules. On écrit alors $n_1 v_1 + n_3 v_3 = 2 n_2 v_2$ .

De même la conservation de l'énergie amène à l'équation $n_1 v_1 T_1 + n_3 v_3 T_3 = 2 n_2 v_2 T_2$ .

b) (3.0) En utilisant que $n = \frac{p}{kT}$ et que $v \sim \sqrt{T}$ , on trouve les équations $\frac{p}{\sqrt{T_1}} + \frac{p}{\sqrt{T_3}} = \frac{2p_2}{\sqrt{T_2}}$ et $p\left(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_3}\right) = 2p_2\sqrt{T_2}$ D'où en multipliant ces équations on trouve $p_2 = p\frac{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_3}}{2\sqrt[4]{T_1\, T_3}}$ et en les divisant on trouve $T_2 = \sqrt{T_1\, T_3}$ .

Problème 2.

Partie 1.

a) (0.5) Pour un choc parfaitement inélastique la seule quantité conservée est la quantité du mouvement. On peut donc écrire que lors d'un choc entre l'atome de quantité de mouvement $\vec{p}_1$ et le photon de quantité de mouvement $\hbar\vec{k}$ on a la relation $\vec{p}_1 + \hbar\vec{k} = \vec{p}_2$ . En projetant sur l'axe x, on trouve $p_1 - \hbar k = p_2$ .

b) (0.5) La fréquence et la pulsation du laser sont liées par la formule $w = 2pf$ . On trouve donc $k = \frac{2p}{l}$ .

c) (1.0) La puissance du laser est $W = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\hbar w \Delta N}{\Delta t}$ . D'ou $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{W}{\hbar w}$ .

d) (3.0) Lors d'un choc l'atome reçoit une quantité de mouvement $\Delta p = -\hbar k$ . Vu que le laser envoie $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ photons par unité de temps et qu'une fraction $q$ interagissent avec l'atome, la quantité de mouvement par unité de temps reçu par l'atome est $\frac{\Delta p}{\Delta t} = -\hbar k q \frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{Wkq}{w} = -\frac{qW}{c}$ la force est donc de direction –x est $F = -\frac{qW}{c}$ .

e) (+1) En réalité le bilan de quantité de mouvement est le suivant $\vec{p}_1 + \hbar\vec{k} = \vec{p}_2 + \hbar\vec{x}$ ou $\vec{x}$ est un vecteur d'onde aléatoire mais de module égal à $k$. Comme la probabilité d'envoyer un atome dans une direction donné est la même pour toutes les directions on a que $\left\langle \vec{x} \right\rangle = 0$, d'ou on obtient en moyenne l'équation $\vec{p}_1 + \hbar\vec{k} = \left\langle \vec{p}_2 \right\rangle$ . On retrouve la même équation que dans a) et donc tout ce passe comme si l'atome absorbait les photons incidents. La force ne change pas (en moyenne) mais on voit que des petites fluctuations sont possibles.

Partie 2

a) (0.5) Sur notre système il y a deux forces qui s'exercent. Une d'origine interaction champ électrique – électron $\vec{F}_{el}=-e\vec{E}$ et l'autre c'est l'interaction élastique qui est $\vec{F}_k=-2K\Delta z\vec{e}_z$ .

b) (1.0) L'équation du mouvement s'écrit $m\frac{d^2\Delta z}{dt^2}+2K\Delta z=-eE_0\cos(wt)$ .

c) (1.0) En supposant que le système oscille à la pulsation $w$ et en notant alors $\Delta z=Z_0\cos(wt)$ on trouve $-mw^2Z_0+2KZ_0=-eE_0$ , d'ou $Z_0=\frac{-\frac{e}{m}E_0}{\Omega^2-w^2}$ avec $\Omega^2=\frac{2K}{m}$ .

d) (1.0) Quand $w\to 0$ $Z_0\to\frac{-\frac{e}{m}E_0}{\Omega^2}$ et quand $w\to\infty$ $Z_0\to 0$ . On trouve une divergence pour $w=\Omega$ .

e) (1.5) Comme la probabilité d'absorption d'un photon est grande si l'amplitude d'oscillation est grande, alors on choisit la fréquence du laser proche de $W$ pour assurer la meilleur absorption de la lumière. On dit qu'on se place près de la résonance.

f) (+2) L'introduction d'un terme de frottement fluide complique un peu l'équation. On suppose que le frottement est relativement faible (pour qu'on puisse avoir une résonance). On essaie de résoudre l'équation de la même façon que dans c). Il suffit de remarquer que $\cos(wt)=\mathrm{Re}(e^{iwt})$ , alors on prend d'abord une solution du type $\Delta z=Z_0^{im}e^{iwt}$ et on écrit aussi $E=E_0e^{iwt}$ . Avec ceci on obtient l'équation $-w^2Z_0^{im}+iwbZ_0^{im}+\Omega^2Z_0^{im}=-\frac{e}{m}E_0$ d'où $Z_0^{im}=\frac{-\frac{e}{m}E_0}{\Omega^2-w^2+iwb}$ . En prenant le module pour avoir l'amplitude des oscillations on trouve $Z_0=\frac{\frac{e}{m}E_0}{\sqrt{\left(\Omega^2-w^2\right)^2+w^2b^2}}$ . On voit qu'avec ce terme on ne diverge pas. La partie du frottement fluide correspond à une dissipation d'énergie. C'est ce qu'on avait modélisé dans la partie 1. par une absorption et une reémission d'un photon. En fait la dissipation est justement la partie de reémission du photon.